**עיבוד אותות תרגיל 4**

**שאלה 1: נתונים שני אותות באותה תדירות הקטנה מחמישים אך עם הפרש פאזה ביניהם. שני האותות נדגמו בקצב של 100 בשנייה. תארו מילולית כיצד ניתן לגלות את הפרש הפאזה (כלומר בכמה מעלות) בניהם בעזרת CC.**

באופן כללי:

ראשית, נניח ששני האותות הם באותו אורך (ואם לא נרפד את הקצר יותר באפסים).

נעשה CC בין שני האותות. אם אין הפרש פאזות הפיק של התוצאה צריך להיות במקום ה length(signal).  
אם קיבלנו פיק שהוא לא במיקום הזה, נחשב את ההפרש בין המיקום של הפיק שקיבלנו לבין length(signal).

בפירוט:

כאשר נבצע CC ונמצא את ההפרש בין הפיק של התוצאה לבין אורך הסיגנל, נמצא בעצם את הפאזה ביחידות מידה של מספר הנקודות המפרידות בין הפיק שהיינו מצפים לבין הפיק מהפרש הפאזה.  
כדי לעבור ממספר נקודות לכמות ביחידות המידה של הסיגנל, נמצא קודם כל כמה נקודות יש במחזור אחד של הסיגנל: **cycle** = Fs/f. כדי לדעת כמה מתוך מחזור שלם של האות עברנו, נבצע את החישוב: **part\_of\_cycle** = index\_diff / cycle. מכיוון שבאות המקורי אורך מחזור יחיד הוא שני פאי, נכפיל ונקבל את התוצאה:  
**phase\_shift** = part\_of\_cycle \* 2 \* pi

\*נשים לב שכאשר המנה של תדירות הדגימה בתדירות האות היא יותר גבוהה נקבל יותר חוסר דיוק. כדי לקבל את הפרש הפאזות ביותר דיוק הגדלנו את תדירות הדגימה וראינו איך הפרש הפאזה המתקבל מהחישוב הולך ומתקרב להפרש הפאזה שבחרנו. (פירוט ודוגמה בקובץ מטלב!)

**שאלה 2: כתבו פונקציה במטלב לחישוב CC (cross correlation) ובדקו אותה על ידי השוואה עם הפונקציהXCORR .** (– בקובץ מטלב במייל.)

1. **חשבו ידנית ובדקו בעזרת הפונקציה שלכם את הCC בין [1 2 3] ל [ 4 5 6]. הראו את החישוב.**  
   [12, 23, 32, 17, 6]. הפונקציה בקובץ מטלב.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1. Vectors: | | | | | | | | Sum: |
| vectorA |  |  | 3 | 2 | 1 |  |  |  |
| vector | 6 | 5 | 4 |  |  |  |  | **12** |
|  | 6 | 5 | 4 |  |  |  | **23** |
|  |  | 6 | 5 | 4 |  |  | **32** |
|  |  |  | 6 | 5 | 4 |  | **17** |
|  |  |  |  | 6 | 5 | 4 | **6** |

1. **הפריכו את הטיעון ש: f\*g=g\*f והסברו מה השוויון הנכון ולמה.**  
   כאשר מחשבים את התוצאה של שני הוקטורים מהסעיף הקודם לא מקבלים את אותה תוצאה, אלא תוצאה בסדר הפוך.  
   לכן הטיעון הנכון הוא: f\*g = reverse(g\*f)  
   הסבר:  
   בחישוב של f\*g, האיבר הראשון בתוצאה יהיה מכפלה של האיבר הראשון בf, עם האיבר האחרון בg.  
   לעומת זאת כאשר מחשבים את f\*g האיבר הראשון בתוצאה יהיה מכפלה של האיבר הראשון בg, עם האיבר האחרון בf.  
   (וכן הלאה עם יתר האיברים, כך שמקבלים בדיוק תמונת מראה)
2. **חשבו ידנית את ה CC בין המטריצות: A=[1 2 3; 4 5 6] and B=[-1 1; -1 1] כאשר כן מרפדים באפסים (השוו את התוצאה עם מה שמקבלים במטלב עם הפונקציה xcorr2). הראו את החישוב.**   
   מטריצת חישוב:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 – 1 = 1 | 3 – 2 = 1 | -3 |
| 1 + 4 = 5 | 2 – 1 + 5 – 4 = 2 | 3 – 2 + 6 – 5 = 2 | -3 -6 = -9 |
| 4 | 5 – 4 = 1 | 6 – 5 = 1 | -6 |

מטריצת תוצאה:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 1 | -3 |
| 5 | 2 | 2 | -9 |
| 4 | 1 | 1 | -6 |

יצא זהה לפונקציה של מטלב.

**שאלה 3: הסבירו כיצד אפשר לחשב בעזרת שימוש בCC פעם אחת:**

1. **הנגזרת השנייה:**כדי למצוא את המקדמים של הקרנל היחיד, נעשה קונבולוציה בין שני קרנלים שמוצאים נגזרת ראשונה, מהצורה: [-1,1].  
   התוצאה היא: [1, -2, 1].
2. **הנגזרת הראשונה אחרי שהחלקנו את האות בעזרת מלבן בין שתי נקודות:**זה שקול לCC עם הקרנל [0.5, 0.5]ואחר כך עם [-1, 1]. לכן נעשה קונבולוציה בין שניהם, ונקבל: [-0.5, 0, 0.5]

**שאלה 4: נתון האות: x=sin(20\*pi\*t)+rand(1,length(x))\*5, t=0:0.001:3**

1. **ציירו את האות הזה. האם ניתן להבחין בתדירות של האות?**  
   אפשר להבחין בעליות וירידות באות, אבל לא באופן ברור.
2. **חשבו את האוטו קורלציה במטלב וציירו את התוצאה. מה התדירות המתגלה?**  
     
   רואים (אם סופרים טוב) שהתדירות היא 10 הרץ.
3. **למה שווה הערך הגבוה ביותר בקרוס קורלציה ומה מיקמו ולמה? איך אפשר לחשב אותו בעזרת הערכים של X?**  
   הערך במיקום ה3000 הוא מקסימלי, כלומר הערך במיקום האורך של האות המקורי. זאת מכיוון שבנקודה זו שני האותות בדיוק זה מעל זה, ומקבלים את העוצמה של האות. החישוב: סכום של xi בריבוע לכל i בין 1 ל3000.

**שאלה 5: מימוש של שזמ: מצורפים ((do: load ccMusic שלושה וקטורים של שלושה שירים שנדגמו בקצב של Fs= 44100 samples/second. נתון גם וקטור ySnip שמכיל קטע של שניה אחת מאחד השירים הנל.**

1. **חשבו את ה CC בין הקטע הלא ידוע לכל השירים בעזרת הקוד שכתבתם ומצאו למי יש CC הכי גדול ואיפה. השיר עם ה CC הגדול ביותר הוא הניחוש שלכם לשיר. האם צדקתם?**כן, hurt. ניתן לראות בגרף שהקרוס קורלציה אתו היא בעלת אמפליטודה יותר גדולה. (הכחול)  
   כדי לדעת היכן קטע השיר הקצר נמצא נחפש איפה נקודת המקסימום של הגרף הכחול. (מה האינדקס של נקודת המקסימום). יוצא שהמקסימום הוא באזור 1.1\*106 יחידות מידה בציר הX.   
     
   
2. **האם נדרש לנרמל את השירים והקטע? הסברו למה כן או לא.**באופן עקרוני נדרש לנרמל, מכיוון שאם שיר מסוים הוא יותר חזק ורועש, תהיה איתו קרוס קורלציה גבוהה יותר מאשר עם שיר מאוד מאוד חלש, וזה עלול לשנות את התוצאה האמתיתת. אך במקרה שלנו אין צורך לנרמל ומקבלים תוצאה ברורה גם כך.

**שאלה 6:**

**הסבר:**

ציירנו את התמונות גם באופן בינארי, עם שחור-לבן, וגם עם greyscale של הטווח [-3, 3]. (לדעתנו כשרואים גם אפור בנוסף לשחור ולבן אפשר להבין יותר על התמונה)

**בתמונות האפורות:**

כאשר עושים קונבולוציה עם המטריצות שמחשבות נגזרות בציר ה-X ובציר ה-Y ניתן לראות את המקומות שבהם יש מעבר בין שחור ללבן (פסים לבנים) ואת המקומות שבהם יש מעבר בין לבן לשחור (פסים שחורים). המעברים הם כאשר מטריצת הנגזרת הולכת מלמעלה למטה ומשמאל לימין. חוסר הבדל מתואר בצבע אפור – הפרש של 0 בין נקודות סמוכות. צבעים "קיצוניים", כלומר לבן או שחור ולא אפור מתארים הפרשים בין מקומות סמוכים, כפי שהיינו מצפים שנגזרת תעשה.

בתמונה השלישית, שבה יש שילוב של שתי הנגזרות, רואים שהערכים השליליים – השחורים נעלמים בגלל העלאה בריבוע. ואז הפרשים חיוביים והפרשים שליליים הופכים להיות שקולים, ואנחנו רואים את שניהם צבועים בלבן. חוסר הפרש נראה באפור.

**בתמונות השחור-לבן:**

רואים בנגזרות רק את ההפרשים החיובים: כלומר כשלקחנו לבן (1) פחות שחור (0). הפרשים שליליים נראים גם הם כשחור ולכן מאבדים אותם בתמונות אלו.

בשילוב של שתי הנגזרות בתמונה השלישית, שוב מכיוון שמעלים בריבוע ההפרשים השליליים נהפכים לחיוביים ולכן רואים את כולם בלבן.